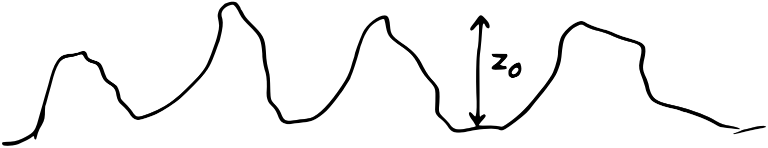
Entäpä turbulenttinen virtaus karkean pinnan lähellä?

Nyt viskositeetti ν ei ole olennainen.

Toisaalta pinnan karkeus pitää kuvata jollain suureella.

Jos pinnan rosoisuutta mitataan pituuden yksiköillä, saadaan tästä suoraan relevantti pituusskaala

$$z' = \frac{z}{z_0}$$



Siis, $\frac{u}{u_*} = f\left(\frac{z}{z_0}\right)$

Mittausten mukaan näyttää siltä että

f on logaritmi

Vaikka halutaan profiili $u(z)$,
voidaan myös kikkailla ja olla
kiinnostuneita "skalaarista"

$$\left[\frac{\partial u}{\partial z}\right] = \frac{m/s}{m} = \frac{1}{s}$$

$$\left[\frac{u_*}{z}\right] = \frac{m/s}{m} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \sim \frac{u_*}{z}$$

Satunnaista syystä merkitään verrannollisuus-
kerrointa $\frac{1}{k}$:lla,

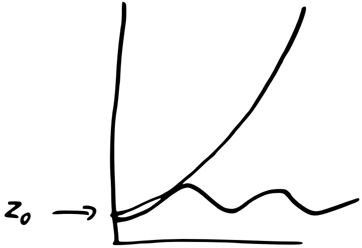
$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}\,\frac{u_*}{z}$$

$$\int_0^z \frac{\partial u}{\partial z}\,dz = \frac{u_*}{k}\int_0^z \frac{1}{z}\,dz = \frac{u_*}{k}\ln z + C$$

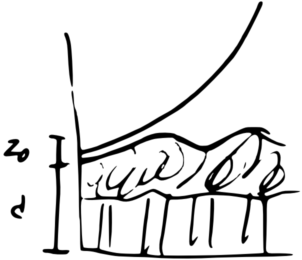
valitaan $C = -\ln z_0$,

$$u(z) = \frac{u_*}{k}\ln\frac{z}{z_0}$$

$$u(z) = \frac{u}{u_*} \ln \frac{z}{z_0}$$



$$u(z) = \frac{u}{u_*} \ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right)$$



Neutraalissa tapauksessa ajateltiin tuuliväinnettä

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

"järkeiltiin" että se riippuu suureista $\overline{u'w'}$ ja z, ja haluttiin dimensioton skaalaus. Lisäksi on tapana merkitä

$$u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

$$\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right] = \frac{m/s}{m} = \frac{1}{s}$$

$$\left[u_*\right] = \frac{m}{s} \qquad \left[z\right] = m$$

$$\left[\frac{u_*}{z}\right] = \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

Dimensioton tuulivääänne

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

Empiirisesti havaitaan että tämä on neutraalissa pintakerroksessa vakio

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \text{vakio} = \frac{1}{k}$$ von Kármánin vakio

Integroimalla saatiin logaritminen tuuliprofiili

$$u(z) = \frac{u_*}{k}\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Huomautus: dimensioton tuulivääntö

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{1}{k}$$

yleensä kuitenkin on tapana merkitä että

$$\phi_m = \frac{kz}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 1$$

on dimensioton tuulivääntö.

(Von Kármánin vakio k on dimensioton)

Ei-neutraali pintakerros, Monin-Obukhov-teoria

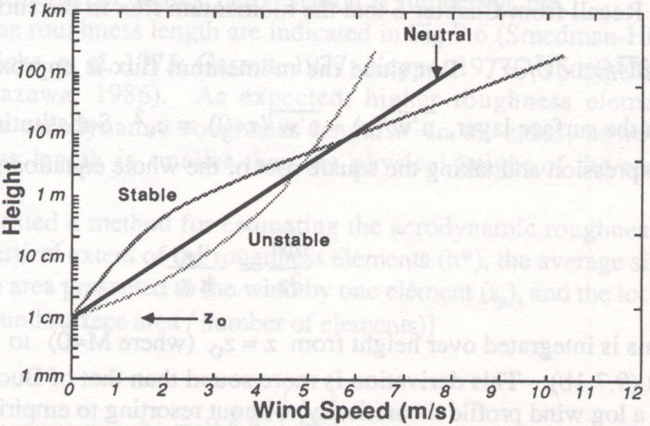
Monin & Obukhov (1954) järkeilivät että lämmön (ja kosteuden) läsnäollessa "asiat" pintakerroksessa riippuvat suureista

$$z \,,\; u_* \,,\; \frac{g}{\bar{\theta}_v} \,,\; -\overline{w'\theta_v'}$$

noste

virtuaali potentiaali lämpötilan pystyvuo (pinnassa)

Fig. 9.5
Typical wind speed profiles vs. static stability in the surface layer.



9.7.1 Wind Profile in Statically Neutral Conditions

Nyt jos kuvittelisi tekevänsä dimensioanalyysiä ja näistä haluaisi dimensiottoman yhdistelmän, pitää selvästikin z jakaa jollain yhdistelmällä

$$\left[\frac{z}{L}\right] = \frac{m}{m} = 1$$

Saadaan: $L = \dfrac{-u_*^3}{\frac{g}{\overline{\theta}_v}\,\overline{w'\theta_v'}} = \dfrac{-\overline{\theta}_v\, u_*^3}{g\,\overline{w'\theta_v'}}$

$$\left[\frac{-\overline{\theta}_v\, u_*^3}{g\, \overline{w'\theta_v'}}\right] = \frac{T\,\frac{m^3}{s^3}}{\frac{m}{s^2}\,\frac{m}{s}\,T} = m$$

(T = mikä ikinä onkaan θ:in yksikkö) tätä kutsutaan: <u>Obukhov -pituus</u>

$$L = \frac{-\bar{\theta}_v u_*^3}{k g \overline{w'\theta_v'}}$$

yleensä tuo von Kármánin vakio

vielä tungetaan tuonne.

(Stull, Garrat, jne.)

Toinen tapa ajatella asiaa:

TKE-yhtälö

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{k_* w'} + \frac{\overline{p'w'}}{\rho}\right] \overbrace{- \overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}^{\text{väänne}} \overbrace{+ \frac{g}{\bar{\theta}_v}\overline{w'\theta_v'}}^{\text{noste}} - \varepsilon$$

Tästä saadaan dimensioton kertomalla puolittain

$\frac{z}{u_*^3}$:llä. $\left[\frac{z}{u_*^3}\right] = \frac{m}{\frac{m^3}{s^3}} = \frac{s^3}{m^2}$ $\quad \left[\frac{\partial k}{\partial t}\right] = \left[\frac{\partial \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}{\partial t}\right]$

$$= \frac{m^2/s^2}{s} = \frac{m^2}{s^3}$$

nostetermi: $$\frac{z\, g\, \overline{w'\theta_v'}}{\bar{\theta}_v\, u_*^3} = \frac{z}{L}$$

(saadaan myös dimensioton väänne)

Huomautuksia

Prujussa on merkitty

$H = \rho c_p \overline{\theta' w'}$ Havaittavan lämmön vuo

$Q = \overline{\theta' w'}$ kinemaattinen lämmön vuo

$E = \rho \overline{q' w'}$ vesihöyryvuo

ja

$$T_* = -\frac{Q}{u_*} = \frac{-\overline{\theta' w'}}{u_*}$$ skaalalämpötila $[T_*] = [\theta']$

$$q_* = -\frac{E}{\rho u_*} = \frac{-\rho \overline{q' w'}}{\rho u_*}$$ skaalakosteus $[q_*] = [q]$

Prujussa on: $$L = \frac{-T u_*^3}{k g \beta Q}$$

Meillä/Stullissa oli: $$L = \frac{-\overline{\theta_v} u_*^3}{k g \overline{w'\theta_v'}}$$

eli $\beta Q = \beta \overline{\theta' w'}$ vs. $\overline{w'\theta_v'}$

β kuvaa kosteuden vaikutusta nosteeseen.

Samoin, edellä teimme dimensioanalyysiä

suureilla:

$$z \ , \ u_* \ , \ \frac{g}{\theta_v} \ , \ -\overline{w'\theta_v'}$$

Prujussa:

$$z \ , \ u_* \ , \ \frac{g}{\theta} \ , \ Q = \overline{\theta' w'} \ , \ E = \rho \overline{q' w'}$$

Eli kosteuden voi käsitellä erikseen, tai

ojana virtuaalipotentiaalilämpötilaa.

Nyt toivotaan että

(zeta) $\quad \zeta = \frac{z}{L}$

on oikealla lailla skaalattu dimensioton korkeus eli laisissa oloissa, ja että dimensiottomat gradientit

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{z}{T_*}\frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad \frac{z}{q_*}\frac{\partial q}{\partial z}$$

voidaan ilmaista ζ:in funktioina.

(tästä eteenpäin $u = \bar{u}$)

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_m(\zeta)$$

$$\frac{z}{T_*}\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_h(\zeta)$$

$$\frac{z}{q_*}\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_h(\zeta)$$

Huomautus:

$$L = \frac{-\bar{\theta}_v \, u_*^3}{k \, g \, \overline{w'\theta_v'}}$$

neutraalissa tilanteessa $\overline{w'\theta_v'} \approx \pm 0$

joten $L = \pm \infty$

joten $\zeta = \frac{z}{L} = \pm 0$

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_m(\zeta)$$

neutraalissa $\zeta = 0$

jos $\phi_m(0) = 1$, saadaan

logaritminen tuuliprofiili

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}$$

Monin-Obukhov teoria

Joko "järkeillään" että virtaukset ominaisuudet tietyssä kohtaa riippuvat:

$$z, \; u_*, \; Q_0, \; E_0, \; \frac{g}{\overline{\theta}}$$

noste

kosteuden vuo

korkeus

liikemäärän vuo

lämmön vuo

(Ajatellaan pintakerrosta, jossa vuot ~vakioita)

Tai katsotaan asiaa kuvaavia luonnonlakeja, että mitkä termit asiaan vaikuttavat.

No, turbulenttisen virtauksen kanssa on vähän ongelma, että osataanko kirjoittaa edes asiaa kuvaavat yhtälöt, mutta katsotaan nyt vaikka 1.5-asteen sulkemaa 4. luennolta:

1.5 asteen sulkeminen

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f(\bar{v} - v_g) - \frac{\partial}{\partial z}\overline{u'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -f(\bar{u} - u_g) - \frac{\partial}{\partial z}\overline{v'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = \qquad - \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'\theta'}$$

$$\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} = -\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{g}{\theta}\overline{w'\theta'} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{kw'} + \frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}\right) - \varepsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{\theta'^2} = -2\overline{w'\theta'}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'\theta'^2} - 2\varepsilon_\theta - \varepsilon_R$$

Kuiva ilmakehä, $\bar{w} = 0$, $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} = 0$

löytyi:

liikemäärän vuo $\overline{u'w'}$ $\overline{v'w'}$ $\sim$ u_*

lämmön vuo $\overline{\theta'w'}$ $\sim$ Q_0

kosteuden vuo $\overline{q'w'}$ $\sim$ E_0

(no tätä ei ollut kuivan ilman mallissa, mutta vastaavassa kostean ilman olisi)

noste $= \frac{g}{\overline{\theta}}$

z pitää vaan alytä mukaan kanssa

dissipaatiot unohdamme

Niin tai näin, saadaan suureet

$$u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}}$$

$$H = \rho c_p \overline{\theta' w'} \quad \text{tai} \quad Q = \overline{\theta' w'}$$

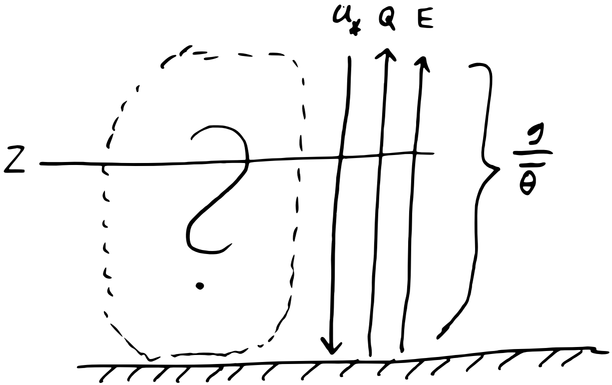
$$E = \rho \overline{q' w'}$$

$$\frac{g}{\overline{\theta}}$$

näiden kahden sijaan
vaihtoehtoisesti

$$\overline{\theta_v' w'}$$

Yritetään niin ratkoa asioita pintakerroksessa



Ja dimensiotonta skaalaamista varten muodostetaan:

Stull pruju

skaalapituus

$$L = \frac{-u_*^3 \dfrac{g}{\overline{\theta_v}}}{k \, \overline{w'\theta_v'}} \quad \text{tai} \quad \frac{-u_*^3 \, T_0}{g \, \beta \, Q_0}$$

skaalalämpötila

$$T_* = \frac{-\overline{\theta' w'}}{u_*}$$

skaalakosteus

$$q_* = \frac{-\overline{q' w'}}{u_*}$$

Ajatellaan tiiviikkaasti että dimensiottomat gradientit riippuvat skaalatusta korkeudesta aina samalla tavalla

$$\zeta = \frac{z}{L}$$

$$\frac{z}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k} \phi_m(\zeta)$$

$$\frac{z}{T_*} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{k} \phi_h(\zeta)$$

$$\frac{z}{q_*} \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{k} \phi_h(\zeta)$$

Huomautus

$$L = \frac{-u_*^3 \frac{g}{\overline{\theta}_v}}{k\,\overline{w'\theta_v'}} \quad \text{tai} \quad \frac{-u_*^3\,T_0}{g\,\beta\,Q_0}$$

- lämmön vuo

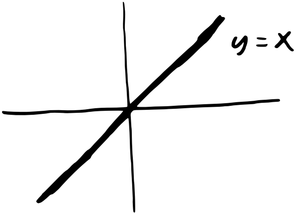
Stabiilissa lämmön vuo < 0, $L > 0$

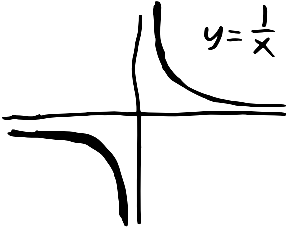
Epästabiilissa > 0, $L < 0$

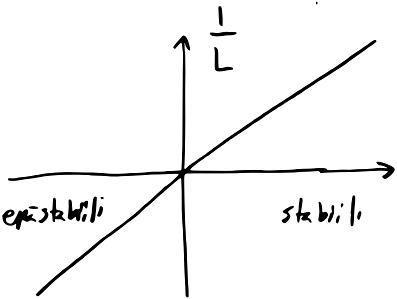
Neutraalissa $= 0$, $L = \pm\infty$

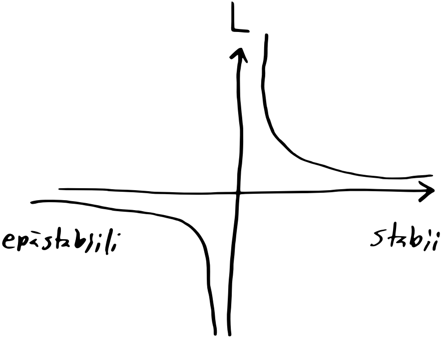
Toinenkin huomautus

Erittäin epästabiili	$-100\,\mathrm{m} < L < 0$
epästabiili	$-10^5\,\mathrm{m} < L < -100\,\mathrm{m}$
neutraali	$\lvert L \rvert > 10^5\,\mathrm{m}$
stabiili	$10\,\mathrm{m} < L < 10^5\,\mathrm{m}$
hyvin stabiili	$0 < L < 10\,\mathrm{m}$


y = x


y = 1/x


1/L
epästabiili
stabiili


L
epästabiili
stabiili

Universaalifunktiot ϕ_m ja ϕ_h

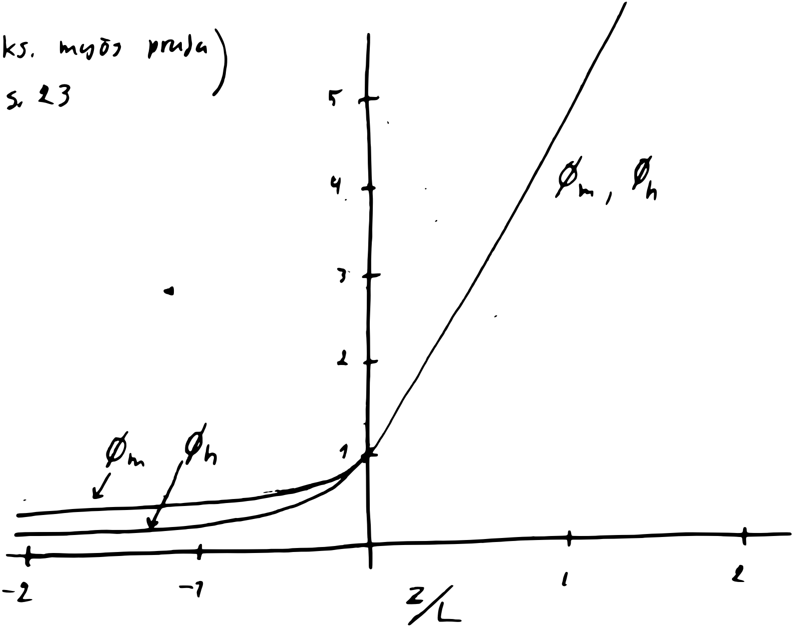
Businger-Dyer muodot

$$\phi_m(\zeta) = \begin{cases} 1 + 5\zeta & \text{kun } \zeta > 0 \quad \text{(stabiili)} \\ (1 - 16\zeta)^{-1/4} & \text{kun } \zeta < 0 \quad \text{(epästabiili)} \end{cases}$$

$$\phi_h(\zeta) = \begin{cases} 1 + 5\zeta & \text{kun } \zeta > 0 \\ (1 - 16\zeta)^{-1/2} & \text{kun } \zeta < 0 \end{cases}$$

stabiilissa $\phi_m = \phi_h$, epästabiilissa $\phi_m^2 = \phi_h$

(ks. myös pruda
s. 23)



Vieläkin huomautus

Vaihtokerroin määriteltiin

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial u}{\partial z} \quad \Rightarrow \quad K_m = -\frac{\overline{u'w'}}{\frac{\partial u}{\partial z}}$$

Dimensioton tuuligradientti

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_m(\zeta) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{zk}\phi_m(\zeta)$$

$$K_m = \frac{u_*^2}{\frac{u_*}{zk}\phi_m(\zeta)} = z k u_* \frac{1}{\phi_m(\zeta)}$$

$\phi_m(\zeta) > 1$ stabiilissa

$\phi_m(\zeta) < 1$ epästabiilissa