

582206 Laskennan mallit

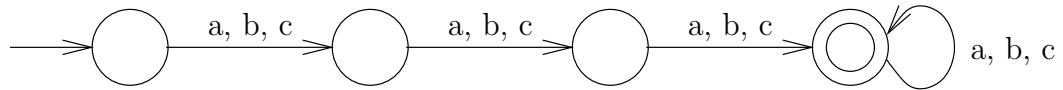
Erilliskoe 10.08.2010. Ratkaisuja

1. [4+4+6 pistettä] Anna seuraaville aakkoston {a, b, c} kielille sekä säännöllinen lauseke että (deterministinen tai epädeterministinen) äärellinen automaatti.

(a) Kieli A koostuu kaikista merkkijonoista, joissa on ainakin kolme merkkiä.

Vastaus: Säännöllinen lauseke: $(a \cup b \cup c)(a \cup b \cup c)(a \cup b \cup c)(a \cup b \cup c)^*$

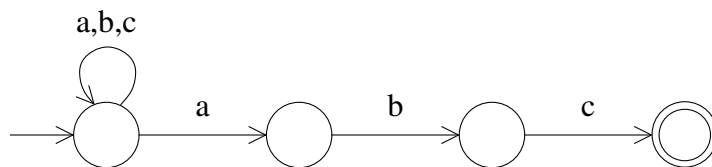
Deterministinen äärellinen automaatti:



(b) Kieli B koostuu kaikista merkkijonoista, jotka päättyvät "abc".

Vastaus: Säännöllinen lauseke: $(a \cup b \cup c)^*abc$

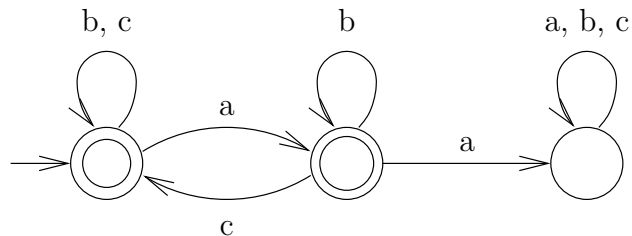
Epädeterministinen äärellinen automaatti:



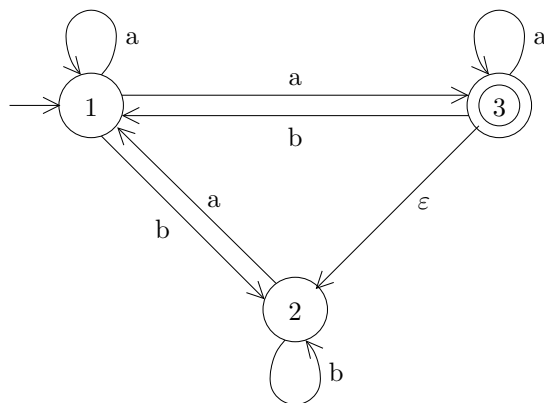
(c) Kieli C koostuu kaikista sellaisista merkkijonoista, että jos merkkijonossa on ainakin kaksi a-merkkiä, niin kahden a-merkin välissä on aina vähintään yksi c-merkki. Siis esim. merkkijonot acacaca ja babb kuuluvat kieleen C, mutta abcbabbab ei kuulu, koska toisen ja kolmannen a-merkin välissä on pelkkiä b-merkkejä.

Vastaus: Säännöllinen lauseke: $(b \cup c)^* \cup (b \cup c)^*a(b^*c(b \cup c)^*a)^*(b \cup c)^*$

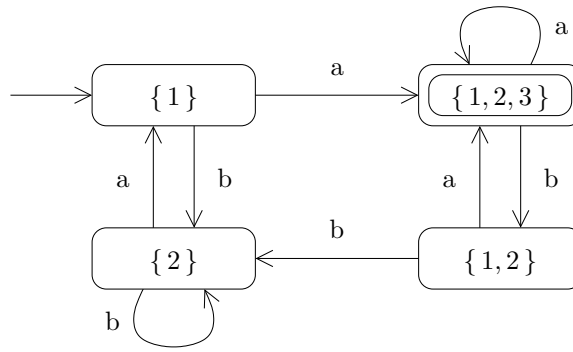
Deterministinen äärellinen automaatti:



2. [10 pistettä] Muunna alla oleva epädeterministinen äärellinen automaatti deterministiseksi kurssilla kuvatulla menetelmällä. Menetelmää ei tarvitse kuvata eikä välivaiheita antaa, kunhan lopputuloksesta näkee, että se on saatu asianmukaisella menetelmällä.



Vastaus:



3. [8+4 pistettä] Määritellään rekursiivisesti käsite *lista* seuraavasti:

- Tyhjä lista on lista, ja sitä merkitään NIL.
- Jos on annettu n listaa L_1, \dots, L_n jollain $n \geq 1$, niistä voidaan muodostaa lista (L_1, \dots, L_n) .
- Ei ole muita listoja, kuin mitä edellisistä kohdista seuraa.

Esimerkiksi seuraavat ovat siis listoja:

(((NIL)))
 (NIL, (NIL), (NIL, (NIL))), (NIL, (NIL), (NIL, (NIL)))
 (NIL, NIL, NIL, NIL, NIL).

Listat voidaan tulkita merkkijonoiksi aakkostossa, jonka symboleina ovat "NIL", "(", ")" (pilkku) sekä sulkumerkit "(" ja ")"

(a) Esitä yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kaikki listoja esittävät tämän aakkoston merkkijonot.

Vastaus:

$$S \rightarrow \text{NIL} \mid (L)$$

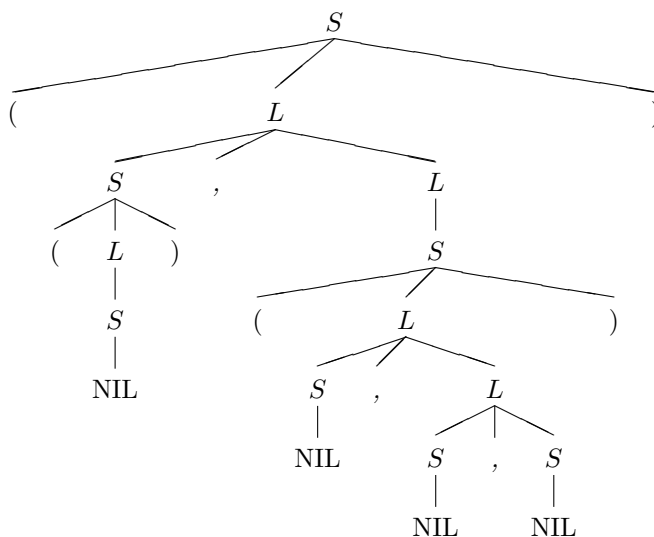
$$L \rightarrow S \mid S , L$$

(b) Anna kielioppisi mukainen jäsenyspuu ja vasen johto merkkijonolle ((NIL), (NIL, NIL, NIL)).

Vastaus: Vasen johto:

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow (L) \\
 &\Rightarrow (S, L) \\
 &\Rightarrow ((L), L) \\
 &\Rightarrow ((S), L) \\
 &\Rightarrow ((NIL), L) \\
 &\Rightarrow ((NIL), S) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (L)) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (S, L)) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (NIL, L)) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (NIL, S, L)) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (NIL, NIL, L)) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (NIL, NIL, S)) \\
 &\Rightarrow ((NIL), (NIL, NIL, NIL))
 \end{aligned}$$

Jäsennyspuu



4. [12 pistettä] Osoita, että kieli $D = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 0\}$ ei ole säännöllinen.

Voit käyttää pumppauslemmaa ja muita kurssilla esitettyjä yleisiä säännöllisyyttä koskevia tuloksia, mutta et tuloksia, jotka sanovat suoraan, että jokin tietty kieli ei ole säännöllinen.

Vastaus: Tehdään vastaoletus, että D on säännöllinen, jolloin pumppauslemman perusteella D :llä on pumppauspituus p .

Valitaan $s = a^p b a^p$. Koska $s \in D$ ja $|s| \geq p$, s on p -pumppautuva, eli jokin jako $s = xyz$ toteuttaa ehdot:

1. $xy^i z \in D$ kaikilla $i \in \mathbb{N}$
2. $|y| > 0$
3. $|xy| \leq p$

Ehtojen 2 ja 3 perusteella $y = a^k$ jollakin $k > 0$. Mutta tällöin $xy^0 z = a^{p-k} b a^p \notin D$. Mikään jako ei siis toteuta kaikkia ehtoja, mikä on ristiriita. Siten D ei ole säännöllinen.

5. [12 pistettä] Osoita, että jos kieli A ja sen komplementti \bar{A} ovat kumpikin Turing-tunnistettavia, niin A on Turing-ratkeava.

Vastaus: Ks. luentomoniste Lause 4.5.