

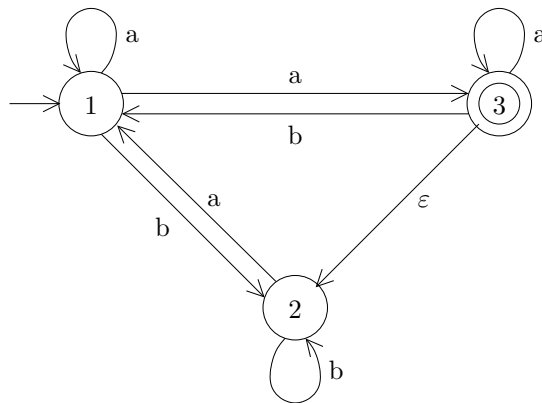
582206 Laskennan mallit

Erilliskoe 10.08.2010 klo 16–20

Vastuuhenkilö: Juha Kärkkäinen

Kirjoita jokaiseen vastauspaperiin täydellinen nimesi, nimikirjoituksesi ja opiskelijanumerosi tai henkilötunnuksesi sekä kurssin nimi ja kokeen päivämäärä.

- [4+4+6 pistettä] Anna seuraaville aakkoston $\{a, b, c\}$ kielille sekä säännöllinen lauseke että (deterministinen tai epädeterministinen) äärellinen automaatti.
 - Kieli A koostuu kaikista merkkijonoista, joissa on ainakin kolme merkkiä.
 - Kieli B koostuu kaikista merkkijonoista, jotka päättyvät ”abc”.
 - Kieli C koostuu kaikista sellaisista merkkijonoista, että jos merkkijonossa on ainakin kaksi a-merkkiä, niin kahden a-merkin välissä on aina vähintään yksi c-merkki. Siis esim. merkkijonot acacaca ja babb kuuluvat kieleen C , mutta abcbabbab ei kuulu, koska toisen ja kolmannen a-merkin välissä on pelkkiä b-merkkejä.
- [10 pistettä] Muunna alla oleva epädeterministinen äärellinen automaatti deterministiseksi kurssilla kuvatulla menetelmällä. Menetelmää ei tarvitse kuvata eikä välivaiheita antaa, kunhan lopputuloksesta näkee, että se on saatu asianmukaisella menetelmällä.



- [8+4 pistettä] Määritellään rekursiivisesti käsite *lista* seuraavasti:
 - Tyhjä lista on lista, ja sitä merkitään NIL.
 - Jos on annettu n listaa L_1, \dots, L_n jollain $n \geq 1$, niistä voidaan muodostaa lista (L_1, \dots, L_n) .
 - Ei ole muita listoja, kuin mitä edellisistä kohdista seuraa.

Esimerkiksi seuraavat ovat siis listoja:

(((NIL)))
(NIL, (NIL), (NIL, (NIL)), (NIL, (NIL), (NIL, (NIL))))
(NIL, NIL, NIL, NIL, NIL).

Listat voidaan tulkita merkkijonoiksi aakkostossa, jonka symboleina ovat ”NIL”, ”,” (pilkku) sekä sulkumerkit ”(” ja ”)”.

- Esitä yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kaikki listoja esittävät tämän aakkoston merkkijonot.
 - Anna kielioppisi mukainen jäsenyyspuu ja vasen johto merkkijonolle ((NIL), (NIL, NIL, NIL)).
- [12 pistettä] Osoita, että kieli $D = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 0\}$ ei ole säännöllinen.

Voit käyttää pumppauslemmaa ja muita kurssilla esitettyjä yleisiä säännöllisyyttä koskevia tuloksia, mutta et tuloksia, jotka sanovat suoraan, että jokin tietty kieli ei ole säännöllinen.
 - [12 pistettä] Osoita, että jos kieli A ja sen komplementti \bar{A} ovat kumpikin Turing-tunnistettavia, niin A on Turing-ratkeava.

English on the other side

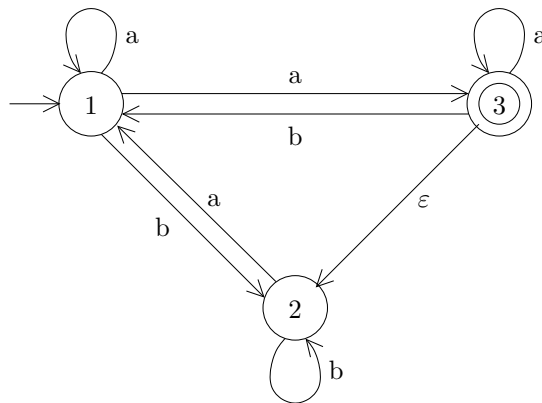
582206 Models of Computation

Separate Exam, 10 August 2010 at 16–20

Examiner: Juha Kärkkäinen

Please write on each sheet: your name, signature, student number or identity number, course name, and exam date.

- For each of the following languages over the alphabet $\{a, b, c\}$, give both a regular expression and a (deterministic or nondeterministic) finite automaton.
 - The language A consists of all strings of length at least three.
 - The language B consists of all strings that end with “abc”.
 - The language C consists of all string such that if there is at least two a’s, then between any two a’s there is at least one c. For example, the strings acacaca ja babb are in the language C , but abcbabbab is not because there are only b’s between the second and the third a.
- [10 pistettä] Transform the following nondeterministic finite automaton into an equivalent deterministic finite automaton using the construction described in the course book. You don’t have to describe the constructions or give any intermediate steps as long as the final answer is clearly a result of the proper construction.



- [8+4 pistettä] We recursively define the concept of a *list* as follows.
 - The empty list is a list, and we denote it by NIL.
 - If we are given n lists L_1, \dots, L_n for some $n \geq 1$, we can combine them to create a new list (L_1, \dots, L_n) .
 - There are no lists except those implied by the previous two rules.

Thus, we have for example the following lists:

(((NIL)))
(NIL, (NIL), (NIL, (NIL))), (NIL, (NIL), (NIL, (NIL)))
(NIL, NIL, NIL, NIL, NIL).

We can consider lists as strings in the alphabet that contains the symbols “NIL”, “,” (comma) and parantheses “(” and “)”.

- Give a context-free grammar for the language consisting of all such lists.
 - Give a parse tree and a leftmost derivation in your grammar for the string $((NIL), (NIL, NIL, NIL))$.
- [12 pistettä] Show that the language $D = \{a^n b^m a^n \mid n, m \geq 0\}$ is not regular. You may use the pumping lemma and other general results in the course book, but not results that directly say that a specific language is regular or non-regular.
 - [12 pistettä] Prove that if a language A and its complement \bar{A} are both Turing-recognisable, then A is Turing-decidable.

Suomeksi kääntöpuolella