582206 Laskennan mallit (syksy 2009)
2. Kurssikoe 17.12. klo 16–19
Vastuuhenkilö: Juha Kärkkäinen

Tarkastamisen nopeuttamiseksi vastaa kuhunkin kysymyksistä 1, 2 ja 3 omalle konseptiarkilleen. Palauta vastauspaperi jokaiselle kysymykselle silloinkin, kun jätät vastauksen tyhjäksi. Kirjoita jokaiseen vastauspaperiin täydellinen nimesi, nimikirjoituksesi ja opiskelijanumerosi tai henkilötunnuksesi sekä kurssin nimi, kokeen päivämäärä ja tehtävän numero.

1. [*2+2+2+2 pistettä*] Kaikissa tehtävän kohdissa aakkosto on $\{ a, b \}$.
   (a) Anna yhteydetön kielioppi kielelle $\{ a^n b^m a^n \mid n, m \geq 0 \}$.
   (b) Anna yhteydetön kielioppi säännöllisen lausekkeen $(a \cup ba)^* b$ esittämälle kielelle.
   (c) Muunna seuraava yhteydetön kielioppi vastaavaksi pinoautomaatiksi. Jos käytät jotain muuta kuin kurssilla kuvattua menetelmää, niin perustele tuloksen oikeellisuus.
   $$\begin{aligned} S &\rightarrow Ab \mid aA \\ A &\rightarrow aSa \mid \varepsilon \end{aligned}$$
   (d) Anna merkkijonon aaababa johto kohdan (c) kieliopissa. Simuloi myös muodostamasi pinoautomaatin hyväksyvä laskenta samalla syötteellä (esim. näyttämällä pinon tilanteet).

2. [*2+2+2+2 pistettä*] Selitä, mitä tarkoitetaan seuraavilla käsitteillä (vain alleviivattu osa tarvitsee selittää; muun osan voit olettaa tunnetuksi):
   (a) <u>moniselitteinen</u> yhteydetön kielioppi
   (b) <u>NP-täydellinen</u> kieli.

   Anna esimerkki kummastakin käsitteestä. Esimerkit tulee kuvata täsmällisesti; siis esim. pelkkä nimi ei riitä. Esimerkin oikeellisuutta ei tarvitse todistaa.

3. [*2+2+2+2 pistettä*] Mitkä seuraavista väittämistä ovat tosia ja mitkä epätosia? Perustele vastauksesi. (Yksi piste per oikea totuusarvo; toinen piste pätevästä perustelusta).
   (a) On olemassa algoritmi, joka ratkaisee mille tahansa Turingin koneelle M ja merkkijonolle w, pysähtyykö M syötteellä w.
   (b) On olemassa algoritmi, joka ratkaisee mille tahansa Turingin koneelle M, pysähtyykö M, kun se saa syötteekseen tyhjän merkkijonon.
   (c) On olemassa sellainen Turingin kone M, että mikään algoritmi ei pysty ratkaisemaan, pysähtyykö M annetulla syötteellä w.
   (d) On olemassa sellainen Turingin kone M, että mikään algoritmi ei pysty ratkaisemaan, pysähtyykö M, kun se saa syötteekseen tyhjän merkkijonon.

   Tehtävässä oletetaan, että Churchin–Turingin teesi pätee. Voit käyttää mitä tahansa kurssilla osoitettuja tuloksia.

English on the other side

582206 Models of Computation (Autumn 2009)
2nd Exam, 17 December at 16–19
Lecturer: Juha Kärkkäinen

For ease of grading, please write your answer to each of the problems 1, 2 and 3 on its own sheet of paper. Return an answer sheet for each question even if you leave the answer empty. Please write on each sheet: your name, student number or identity number, signature, course name, exam date and the problem number.

1. [*2+2+2+2 points*] In all parts, the alphabet is $\{ a, b \}$.
   (a) Give a context-free grammar for the language $\{ a^n b^m a^n \mid n, m \geq 0 \}$.
   (b) Give a context-free grammar for the language described by the regular expression $(a \cup ba)^* b$.
   (c) Transform the following context-free grammar into an equivalent pushdown automaton. If you do not use the method described in the textbook, explain why your answer is correct.
   $$\begin{aligned} S &\rightarrow Ab \mid aA \\ A &\rightarrow aSa \mid \varepsilon \end{aligned}$$
   (d) Give a derivation of the string aaababa in the grammar of part (c). Also simulate the execution of your pushdown automaton with the same string as input (for example, by showing the contents of the stack after each step).

2. [*2+2+2+2 points*] Explain the meaning of the following concepts (only the underlined part needs to be explained; the rest you may assume to be known):
   (a) <u>ambiguous</u> context-free grammar
   (b) <u>NP-complete</u> language.

   Give an example for both concepts. Give a complete description of the example; e.g., a name is not enough. You do not need to prove the correctness of the example.

3. [*2+2+2+2 points*] Which of the following claims are true and which are not? Justify your answer. (One point for each correct truth value; another point for the explanation.)
   (a) There exists an algorithm that, for any Turing Machine M and any string w, decides whether M halts on input w.
   (b) There exists an algorithm that, for any Turing Machine M, decides whether M halts when the input is the empty string.
   (c) There exists a Turing machine M, such that no algorithm can decide whether M halts on a given input w.
   (d) There exists a Turing machine M, such that no algorithm can decide whether M halts when the input is the empty string.

   We assume that the Church–Turing thesis is true. You may use any results presented on the course.

Suomeksi kääntöpuolella