

582206 Laskennan mallit (syksy 2009)

Harjoitus 2 (15.–18.9.)

Perustehtävät

Ratkaise seuraavat tehtävät ennen laskuharjoitustilaisuutta. Jos niissä on jotain epäselvää, valmistaudu kysymään asiasta laskuharjoituksissa.

1. Kuvaaja sanallisesti seuraavat joukot:

- (a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (b) $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
- (c) $\{u \in \Sigma^* \mid \text{jollakin } v \in \Sigma^* \text{ pätee } uv = \text{abarakadabra}\}$, missä $\Sigma = \{a, \dots, z\}$.

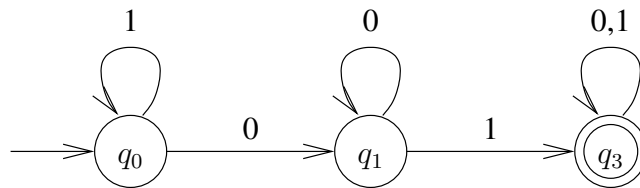
(Noudatamme tällä kurssilla käytäntöä, että nolla on luonnollinen luku; ts. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.)

2. Määrittele joukkomerkintää käyttäen seuraavat joukot:

- (a) aakkoston $\{a, b, c, d\}$ palindromit
- (b) kolmella jaolliset luonnolliset luvut
- (c) aakkoston $\{0, 1\}$ merkkijonot, joissa kaikki nollat ovat ennen ykkösiä.

(Palindromi on merkkijono, joka on sama myös lopusta alkuun luettuna.)

3. (a) Anna formaali esitys seuraavalle äärelliselle automaatille. Esitä automaatin laskenta syötteillä 0101, 1010 ja 111000. Mikä on automaatin tunnistama kieli?



(b) Olkoon $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\})$, missä δ on seuraava:

	0	1
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_1
q_2	q_1	q_2

Esitä automaatti M tilakaaviona. Esitä automaatin laskenta syötteillä 01010, 1010 ja 000111. Mikä on automaatin tunnistama kieli?

Jatkuu seuraavalla sivulla!

Yhteistehtävät

Lue seuraavat tehtävät huolellisesti ja kertaat tarvittavat käsitteet kurssikirjasta. Valmistaudu osallistumaan tehtävien ratkaisemiseen laskuharjoitustilaisuudessa yhteisvoimin. (Näitä tehtäviä siis *ei* ole tarkoitus ratkaista itsenäisesti etukäteen.)

4. [Sipser Problem 1.51] Olkoon L jokin kieli. Sanomme, että merkkijonot x ja y ovat L -erottuvia, jos on olemassa merkkijono z , jolla tasan yksi merkkijonoista xz ja yz kuuluu kieleen L . Jos x ja y eivät ole L -erottuvia, merkitsemme $x \equiv_L y$. Osoita, että $\equiv_L$ on ekvivalenssirelaatio.

Motivaatio: tämä relaatio on keskeisessä asemassa tarkasteltaessa, kuinka monta tilaa tarvitaan kielen L hyväksyvässä äärellisessä automaatissa.

5. Tehtävänä on laatia ohjausjärjestelmä toimistorakennuksen hissille.

Kussakin kerroksessa on nappi, jolla voi tilata hissin, ja hissin sisällä on tavalliseen tapaan nappi jokaiselle kerrokselle. Ohjausjärjestelmä saa syötteenä kaikki napinpainallukset sekä lisäksi tiedon aina, kun hissi saapuu johonkin kerrokseen. Ohjausjärjestelmän pitäisi kullakin ajanhetkellä päättää, onko hissi menossa ylös, menossa alas vai paikallaan.

Yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan, että hissi pysähtyy jokaisessa (tyhjässäkin) kerroksessa vakioajan, ts. ovien avaamisia jne. ei tarvitse tässä käsitellä. Oletetaan myös, että syötteet tulevat yksi kerrallaan, ts. nappeja ei painella yhtäikää jne.

Suunnittele sellainen ohjausalgoritmi, että kukaan hissin tarvitsija ei joudu odottamaan loputtomiin. Miten soveltaisit äärellisen automaatin ideaa tällaisen järjestelmän esittämiseen?

6. Todista, että $2^n \geq n^2$ pätee kaikilla $n \geq 4$.