

582206 Laskennan mallit (syksy 2009)

Harjoitus 4 (29.9.–2.10.)

Perustehtävät

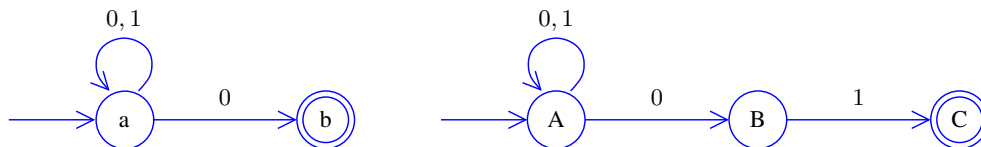
Ratkaise seuraavat tehtävät ennen laskuharjoitustilaisuutta. Jos niissä on jotain epäselvää, valmistaudu kysymään asiasta laskuharjoituksissa.

1. Esitä tilakaaviona NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, missä $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $F = \{q_4\}$ ja δ on seuraava:

δ	a	b	c	ε
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_5\}$
q_1	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\{q_3\}$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_5	$\{q_5\}$	$\{q_5\}$	$\{q_5, q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\{q_7\}$	$\emptyset$	$\{q_7\}$
q_7	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Mikä on automaatin hyväksymä kieli?

2. Olkoon aakkoston $\{0, 1\}$ kieli A niiden merkkijonojen joukko, jotka loppuvat nolllaan, ja kieli B niiden merkkijonojen joukko, jotka loppuvat 01. Nämä kielet voidaan tunnistaa seuraavilla epädeterministisillä automaateilla:



- (a) Muodosta kielen $A \circ B$ tunnistava NFA luennoilla kuvatulla konstruktiolla (ss. 82–83, Sipser ss. 60–61). Anna myös tuloksen formaali esitys.
 - (b) Esitä syntyneen automaatin laskentapuu (luennot s. 62, Sipser s. 49) syötteellä 001101.
 - (c) Muodosta saman kielen tunnistava DFA luentojen konstruktiolla (ss. 72–74, Sipser ss. 55–56).
3. Osoita, että säännöllisten kielten luokka on suljettu harjoitusten 3 tehtävässä 1 määritellyn käänteisjono-operaation suhteen. *Vihje:* Muokkaa tehtävän 3.1 konstruktiota siten, että se toimii myös useamman hyväksyvän tilan tapauksessa.

Jatkuu seuraavalla sivulla!

Yhteistehtävät

Lue seuraavat tehtävät huolellisesti ja kertaat tarvittavat käsitteet kurssikirjasta. Valmistaudu osallistumaan tehtävien ratkaisemiseen laskuharjoitustilaisuudessa yhteisvoimin. (Näitä tehtäviä siis *ei* ole tarkoitus ratkaista itsenäisesti etukäteen.)

4. Mitä vikaa on seuraavassa todistuksessa?

Olkoon L jokin kieli. Selvästi kaikilla $x, y, z \in L$, joukot $\{x\}$, $\{y\}$, $\{z\}$ ovat säännöllisiä kieliä. Koska säännöllisten kielten luokka on suljettu yhdisteen suhteen, myös mm. $\{x, y\} = \{x\} \cup \{y\}$ ja $\{xyz\} = \{xy\} \cup \{z\} = \{x\} \cup \{y\} \cup \{z\}$ ovat säännöllisiä. Tämä todistus yleistyy mielivaltaisen monen alkion joukoille. Siten myös

$$L = \bigcup_{w \in L} \{w\}$$

on säännöllinen.

5. Osoita, että säännöllisten kielten luokka on suljettu

- (a) komplementin suhteen ja
- (b) leikkauksen suhteen.

Tässä kannattaa käyttää deterministisiin automaatteihin perustuvia konstruktioita. Yritä muodostaa myös epädeterministisiin automaatteihin perustuvia konstruktioita ja kuvaa mitä vaikeuksia kohtaat.

6. Koostukoon kieli A_n niistä aakkoston $\{a, b\}$ merkkijonoista, joiden n :nneksi viimeinen merkki on a .

- (a) Anna kielen A_n tunnistava NFA, jossa on enintään $n + 1$ tilaa.
- (b) Osoita, että missä tahansa kielen A_n tunnistavassa DFA:ssa on ainakin 2^n tilaa.