

582206 Laskennan mallit (syksy 2009)

Harjoitus 6 (13.–16.10.)

Perustehtävät

Ratkaise seuraavat tehtävät ennen laskuharjoitustilaisuutta. Jos niissä on jotain epäselvää, valmistaudu kysymään asiasta laskuharjoituksissa.

1. Anna kullekin seuraavista kielistä kaksi merkkijonoa, jotka kuuluvat kieleen, ja kaksi merkkijonoa, jotka eivät kuulu kieleen. Kaikissa tapauksissa aakkosto on $\Sigma = \{a, b\}$.

- | | |
|--------------------|-------------------------------------------|
| (a) a^*b^* | (d) $\Sigma^*a\Sigma^*b\Sigma^*a\Sigma^*$ |
| (b) $a(ba)^*b$ | (e) $aba \cup bab$ |
| (c) $a^* \cup b^*$ | (f) $(\varepsilon \cup a)b$ |
| (d) $(aaa)^*$ | (g) $(a \cup ba \cup bb)\Sigma^*$ |

2. Ilmoita kustakin väitteestä, pitääkö se paikkansa. Perustele vastauksesi esittämällä todistus tai vastaesimerkki.

- (a) Jos $A \cup B$ on säännöllinen ja A on säännöllinen, niin B on säännöllinen.
(b) Jos $A \cup B$ ei ole säännöllinen ja B on säännöllinen, niin A ei ole säännöllinen.
(c) Jos A on säännöllinen ja B ei ole säännöllinen, niin $A \cup B$ ei ole säännöllinen.

3. Jos kieli A on pumppautuva, niin jollakin p pätee, että kaikki luvut $p' \geq p$ ovat kielen A pumppauspituuksia, mutta mikään $p' < p$ ei ole. Sanomme tätä lukua p kielen A *pienimmäksi pumppauspituudeksi*.

Mitkä ovat seuraavien kielten pienimmät pumppauspituudet? Perustele.

$$C_1 = (01)^*$$

$$C_2 = 1^*01^*01^*$$

$$C_3 = \varepsilon$$

$$C_4 = 010 \cup 00100.$$

Jatkuu seuraavalla sivulla!

Yhteistehtävät

Lue seuraavat tehtävät huolellisesti ja kertaat tarvittavat käsitteet kurssikirjasta. Valmistaudu osallistumaan tehtävien ratkaisemiseen laskuharjoitustilaisuudessa yhteisvoimin. (Näitä tehtäviä siis *ei* ole tarkoitus ratkaista itsenäisesti etukäteen.)

4. Mitkä seuraavista aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielistä ovat säännöllisiä, mitkä eivät:

$$\begin{aligned} A_1 &= \{0^n 10^n \mid n \in \mathbb{N}\} & A_3 &= \{ww^{\mathcal{R}} \mid w \in \Sigma^*\} \\ A_2 &= \{0^n 0^n \mid n \in \mathbb{N}\} & A_4 &= \{www^{\mathcal{R}} \mid w, u \in \Sigma^+\}. \end{aligned}$$

Perustele (esim. esittämällä automaatti tai soveltamalla pumppauslemmaa).

5. Osoita, että seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet eivät ole säännöllisiä:

$$\begin{aligned} B_1 &= \{0^m 1^k 0^n \mid m, k, n \in \mathbb{N} \text{ ja } m \neq n\} \\ B_2 &= \{w \in \Sigma^* \mid w \neq w^{\mathcal{R}}\}. \end{aligned}$$

Voit käyttää hyväksesi edellisen tehtävän tuloksia ja säännöllisten kielten sulkeumaominaisuuksia.

6. Olkoon X jokin ei-säännöllinen kieli aakkostossa $\Sigma = \{a, b\}$. Määritellään seuraavat saman aakkoston kielet:

$$\begin{aligned} A &= \{aba\} \circ \Sigma^* \\ B &= \overline{A} \\ C &= (\{aba\} \circ X) \cup B \end{aligned}$$

Osoita, että kieli C on

- (a) pumppautuva (Vihje: valitse $p = 3$.)
- (b) ei-säännöllinen. (Vihje: tarkastele kieltä $D = A \cap C$.)