

582206 Laskennan mallit (syksy 2009)

Harjoitus 7 (3.–6.11.)

Perustehtävät

Ratkaise seuraavat tehtävät ennen laskuharjoitustilaisuutta. Jos niissä on jotain epäselvää, valmistaudu kysymään asiasta laskuharjoituksissa.

1. Tarkastellaan yhteydetöntä kielioppia

$$S \rightarrow SAB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

Esitä merkkijonolle abbaab jokin johto ja sitä vastaava jäsennyyspuu. Mikä on kieliopin tuottama kieli?

2. Esitä yhteydetöntä kielioppia, jotka tuottavat seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet:

- (a) kaikki merkkijonot
- (b) merkkijonot, jotka alkavat merkillä 0
- (c) merkkijonot, joilla on osamerkkijono 111
- (d) merkkijonot, joissa on ainakin kaksi merkkiä ja joiden ensimmäinen ja viimeinen merkki ovat samat
- (e) parittoman mittaiset merkkijonot
- (f) $01^* \cup 10^*$

3. Osoita, että yhteydetöntien kielten luokka on suljettu konkatenaation ja tähti-operaation suhteen.

Yhteistehtävät

Lue seuraavat tehtävät huolellisesti ja kerta tarvittavat käsitteet kurssikirjasta. Valmistaudu osallistumaan tehtävien ratkaisemiseen laskuharjoitustilaisuudessa yhteisvoimin. (Näitä tehtäviä siis *ei* ole tarkoitus ratkaista itsenäisesti etukäteen.)

4. Tarkastellaan tehtävän 1 kielioppia. Esitä merkkijonolle aa kaksi erilaista jäsennyyspuuta ja kummallekin sitä vastaava johto.
5. Esitä yhteydetöntä kielioppia, jotka tuottavat seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet:
 - (a) $\{0^n 1^m \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ ja } m \geq n\}$
 - (b) $\{0^n 1^k 0^m \mid m, n, k \in \mathbb{N} \text{ ja } k = n + m\}$
 - (c) merkkijonot, joissa on yhtä paljon nollia ja ykkösiä
 - (d) parittoman mittaiset merkkijonot, joiden ensimmäinen ja keskimäinen merkki ovat samat.
6. Yhteydetön kielioppi on *oikealle lineaarinen*, jos sen kaikki säännöt ovat muotoa $A \rightarrow \varepsilon$, $A \rightarrow a$ tai $A \rightarrow aB$, missä A ja B ovat muuttujia ja a päätemerkki.
 - (a) Osoita, että oikealle lineaarisen kieliopin tuottama kieli on säännöllinen. (*Vihje*: muodosta NFA, jonka tilat vastaavat kieliopin muuttujia.)
 - (b) Osoita, että mikä tahansa säännöllinen kieli voidaan tuottaa oikealle lineaarisella kieliopilla.