

Monikulmioiden kolmiointi

Teppo Niinimäki

Helsingin yliopisto / Tietojenkäsittelytieteen laitos

2. huhtikuuta 2008

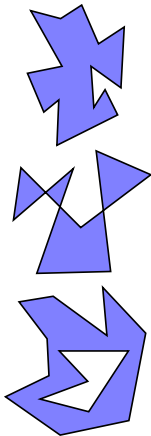
Rakenne

- 1 Alustus
- 2 Yksinkertainen kolmiointi
- 3 Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin
- 4 Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi
- 5 Muista algoritmeista

Rakenne

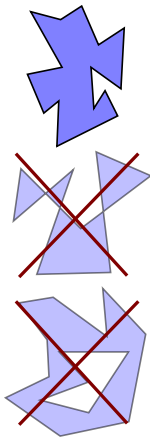
- 1 Alustus
- 2 Yksinkertainen kolmiointi
- 3 Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin
- 4 Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi
- 5 Muista algoritmeista

Yksinkertainen monikulmio



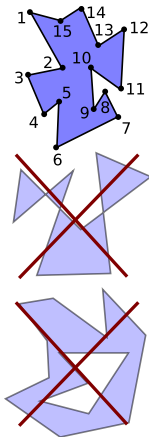
- *Monikulmio* on yhden tai useamman peräjälkeen toisiaan seuraavista janoista koostuvan reunaviivan rajaama tasokuvio.

Yksinkertainen monikulmio



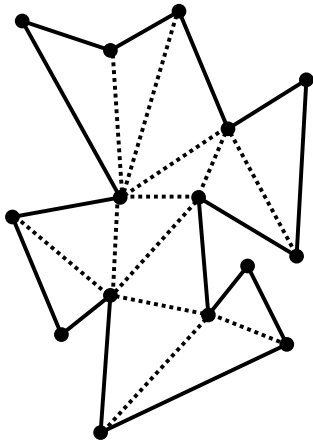
- *Monikulmio* on yhden tai useamman peräjälkeen toisiaan seuraavista janoista koostuvan reunaviivan rajaama tasokuvio.
- Monikulmio on *yksinkertainen*, jos se koostuu vain yhdestä itseään leikkaamattomasta reunasta.

Yksinkertainen monikulmio



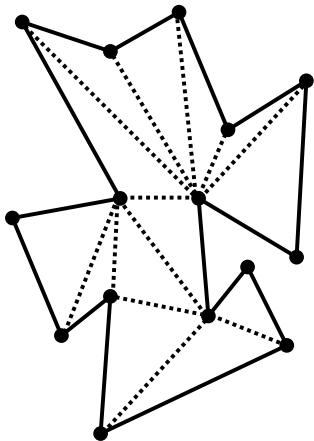
- *Monikulmio* on yhden tai useamman peräjälkeen toisiaan seuraavista janoista koostuvan reunaviivan rajaama tasokuvio.
- Monikulmio on *yksinkertainen*, jos se koostuu vain yhdestä itseään leikkaamattomasta reunasta.
- Yksinkertainen monikulmio esitetään luettelemalla sen reunan kulmapisteet järjestyksessä myötä- tai vastapäivään.

Yksinkertaisen monikulmion kolmiointi



- Yksinkertainen n -kulmainen monikulmio kolmioidaan lisäämällä siihen $n - 3$ kulmasta toiseen kulkevaa toisiaan leikkaamatonta lävistäjiä.
- Näin muodostuu $n - 2$ kolmiota.

Yksinkertaisen monikulmion kolmiointi

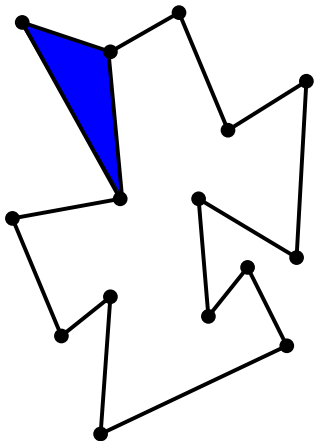


- Yksinkertainen n -kulmainen monikulmio kolmioidaan lisäämällä siihen $n - 3$ kulmasta toiseen kulkevaa toisiaan leikkaamatonta lävistäjiä.
- Näin muodostuu $n - 2$ kolmiota.
- Lävistäjät voidaan lisätä usealla eri tavalla.

Rakenne

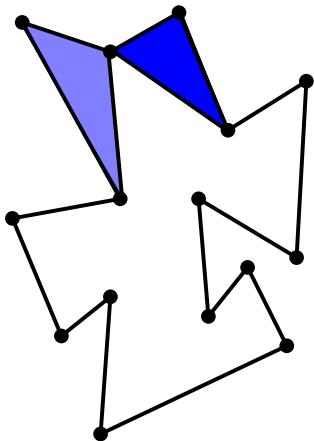
- 1 Alustus
- 2 Yksinkertainen kolmiointi
- 3 Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin
- 4 Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi
- 5 Muista algoritmeista

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



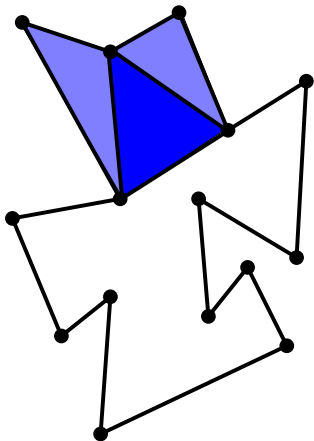
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikavaativuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



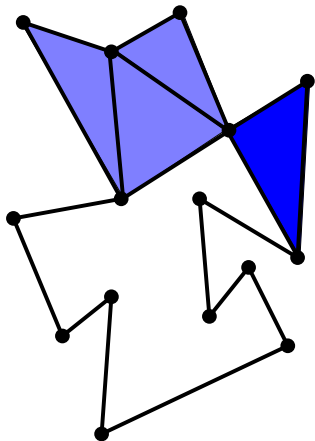
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikavaativuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



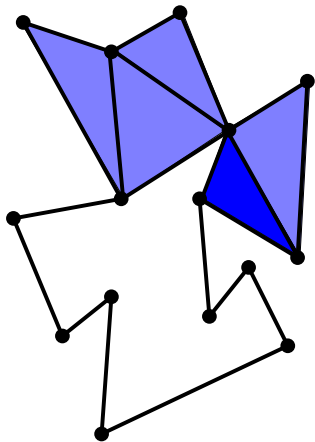
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikavaativuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



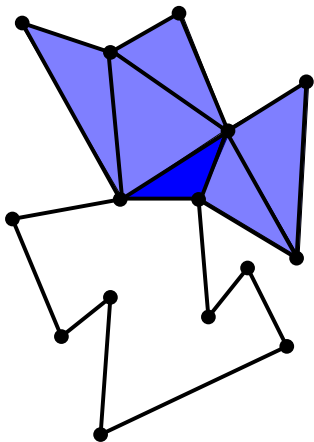
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikavaativuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



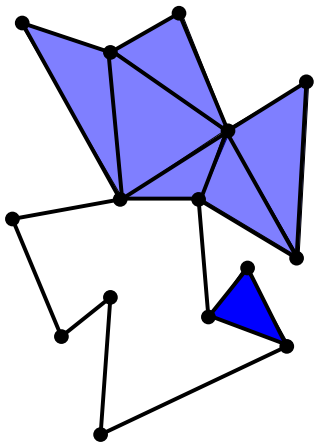
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikavaativuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



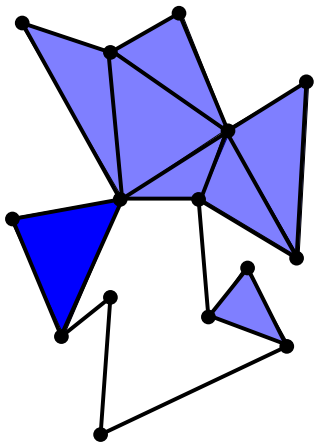
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikaavaatavuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



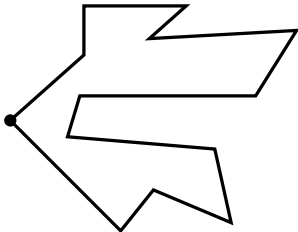
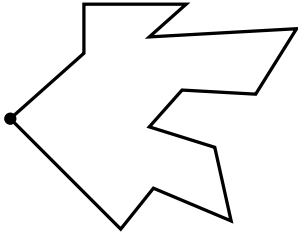
- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikaavaatavuus: $O(n^3)$

Yksinkertainen kolmiointialgoritmi



- Monikulmiosta löytyy aina vähintään kaksi *korvaa*.
- Algoritmi: Etsitään korva, ja poistetaan se. Toistetaan rekursiivisesti jäljelle jääneelle osalle.
- Korvia poistetaan $O(n)$ kappaletta, kullakin kierroksella korvaehdokkaita on $O(n)$, ja yhden ehdokkaan testaamiseen kuluu $O(n)$ -aika.
- Kokonaisaikaavaativuus: $O(n^3)$

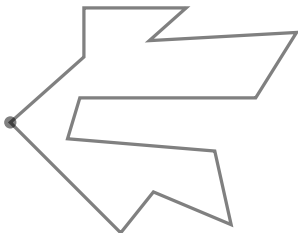
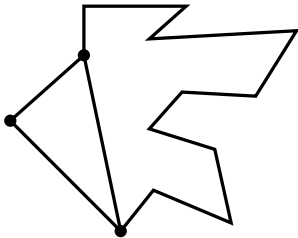
Parannettu versio



Muunnetaan algoritmia hieman:

- Etsitään vasemmanpuoleisin kulmapiste.

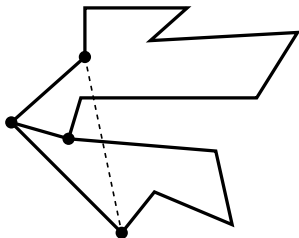
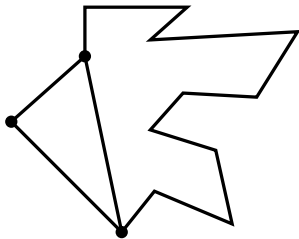
Parannettu versio



Muunnetaan algoritmia hieman:

- Etsitään vasemmanpuoleisin kulmapiste.
- Jos se muodostaa korvan, poistetaan korva ja kutsutaan algoritmia rekursiivisesti loppuosalle.

Parannettu versio



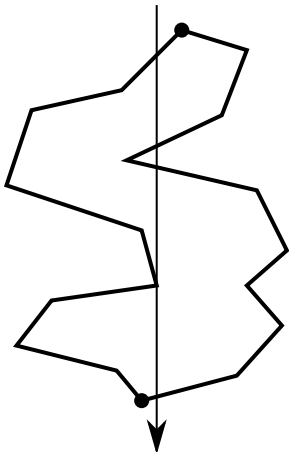
Muunnetaan algoritmia hieman:

- Etsitään vasemmanpuoleisin kulmapiste.
- Jos se muodostaa korvan, poistetaan korva ja kutsutaan algoritmia rekursiivisesti loppuosalle.
- Muussa tapauksessa vedetään diagonaali lähimpään korva-ehdokkaan sisällä olevaan kulmaan ja kutsutaan algoritmia rekursiivisesti syntyneille osille.
- Aikavaativuus: $O(n^2)$

Rakenne

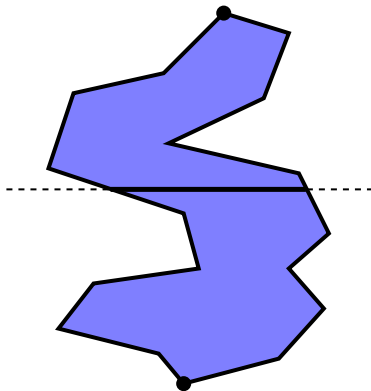
- 1 Alustus
- 2 Yksinkertainen kolmiointi
- 3 Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin**
- 4 Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi
- 5 Muista algoritmeista

Monotoninen monikulmio



- Monikulmio on *(y-)monotoninen*, jos kuljettaessa sen ylimmästä kulmasta alimpaan kumpaa tahansa reunaa pitkin edetään koko ajan alaspäin.

Monotoninen monikulmio

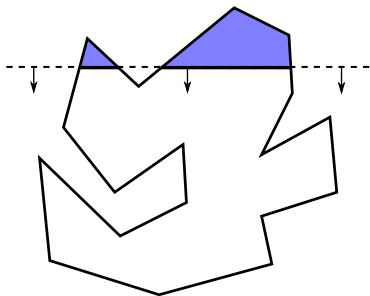


- Monikulmio on *(y-)monotoninen*, jos kuljettaessa sen ylimmästä kulmasta alimpaan kumpaa tahansa reunaa pitkin edetään koko ajan alaspäin.
- Tällöin monikulmion sisuksen leikkaus vaakasuoran pyyhkäisyviivan kanssa on yhtenäinen.

Jako monotonisiin osiin (1/5)

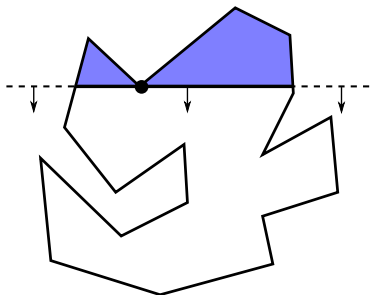
Pyyhkäisyviiva-algoritmi monikulmion jakamiseksi monotonisiin osiin:

- Pyyhkäisyviiva etenee ylhäältä alas.
- Kullakin hetkellä pyyhkäisyviiva leikkaa yhtä tai useampaa osaa monikulmiosta.
- Nämä osat pysyvät pyyhkäisyviivan edetessä monotonisina kunnes



Jako monotonisiin osiin (1/5)

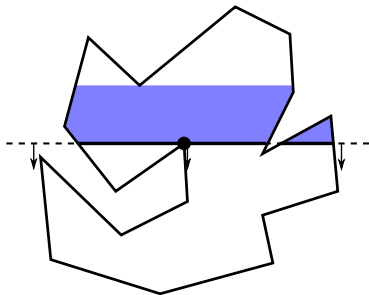
Pyyhkäisyviiva-algoritmi monikulmion jakamiseksi monotonisiin osiin:



- Pyyhkäisyviiva etenee ylhäältä alas.
- Kullakin hetkellä pyyhkäisyviiva leikkaa yhtä tai useampaa osaa monikulmiosta.
- Nämä osat pysyvät pyyhkäisyviivan edetessä monotonisina kunnes
 - kaksi niistä yhdistyy yhdeksi (*liitospiste*) tai

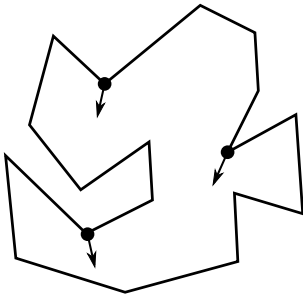
Jako monotonisiin osiin (1/5)

Pyyhkäisyviiva-algoritmi monikulmion jakamiseksi monotonisiin osiin:



- Pyyhkäisyviiva etenee ylhäältä alas.
- Kullakin hetkellä pyyhkäisyviiva leikkaa yhtä tai useampaa osaa monikulmiosta.
- Nämä osat pysyvät pyyhkäisyviivan edetessä monotonisina kunnes
 - kaksi niistä yhdistyy yhdeksi (*liitospiste*) tai
 - joku niistä jakautuu kahtia (*jakopiste*).

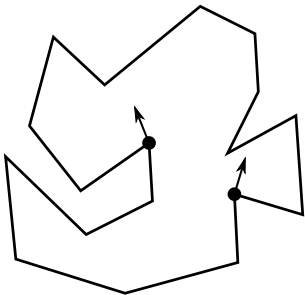
Jako monotonisiin osiin (2/5)



Tavoite:

- Kustakin liitospisteestä lävistäjä alaspäin.

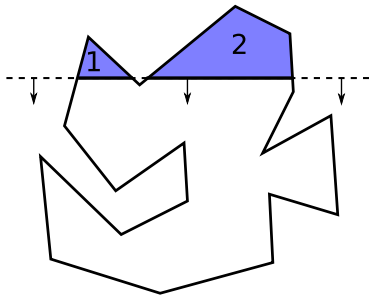
Jako monotonisiin osiin (2/5)



Tavoite:

- Kustakin liitospisteestä lävistäjä alaspäin.
- Kustakin jakopisteestä lävistäjä ylöspäin.

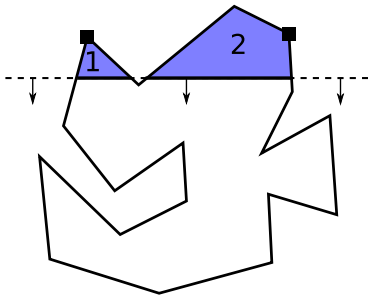
Jako monotonisiin osiin (3/5)



Ratkaisu:

- Pidetään hakupuussa kirjaa kustakin pyyhkäisyviivan ja monikulmion leikkausosasta

Jako monotonisiin osiin (3/5)

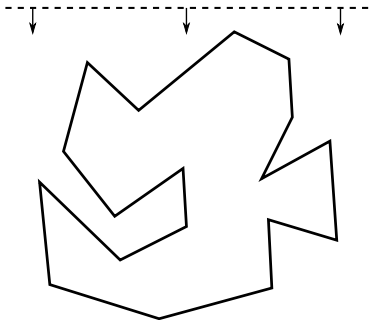


Ratkaisu:

- Pidetään hakupuussa kirjaa kustakin pyyhkäisyviivan ja monikulmion leikkausosasta
- ja kullekin osalle alimmasta osaan sisältyvästä kulmapisteestä.

Jako monotonisiin osiin (4/5)

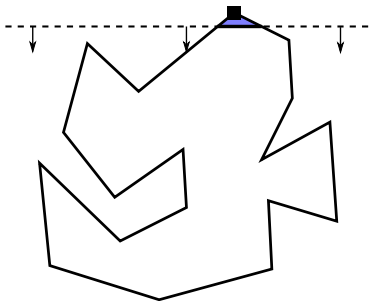
Kun kohdataan uusi kulmapiste,
tarvittaessa:



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste,
tarvittaessa:

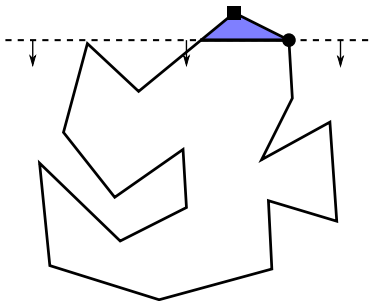
- lisään uusi osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

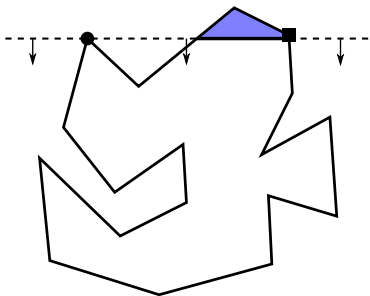
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste,
tarvittaessa:

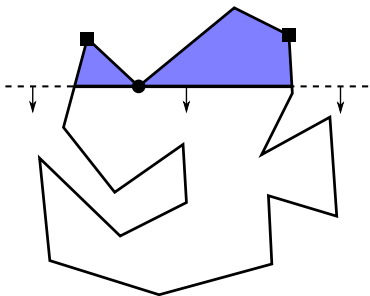
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

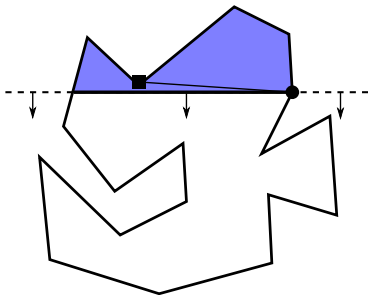
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

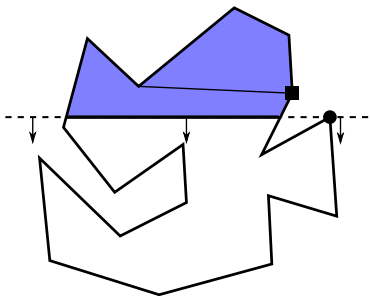
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

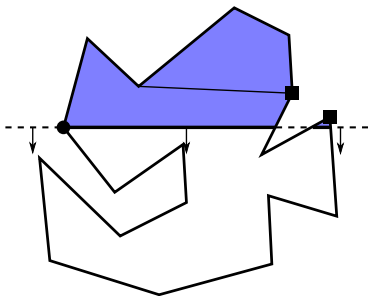
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

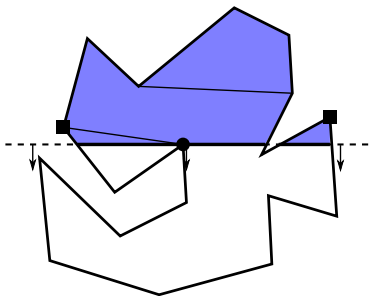
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste



Jako monotoniisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

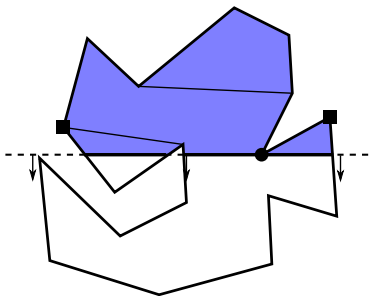
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

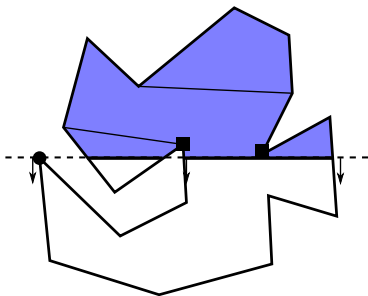
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

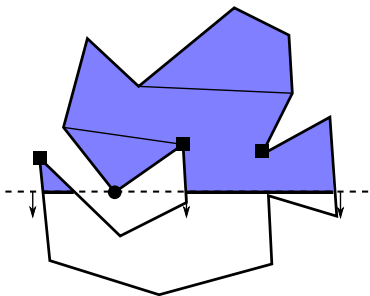
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

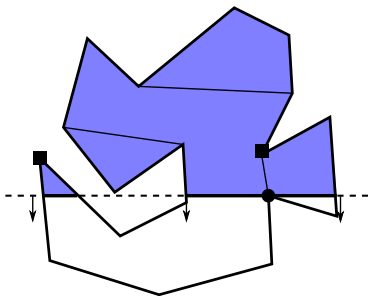
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

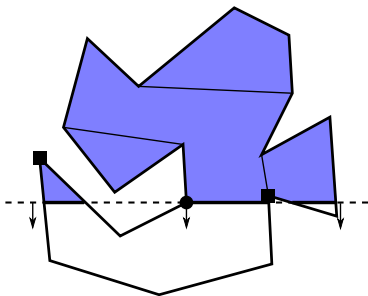
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

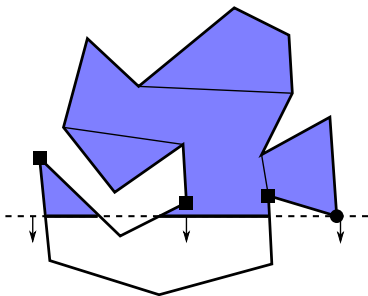
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

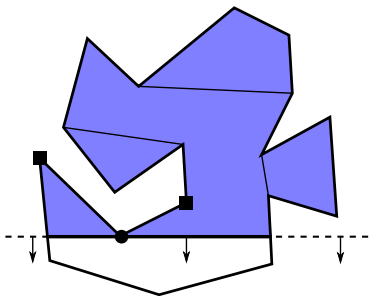
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

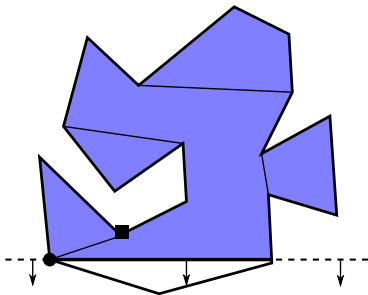
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

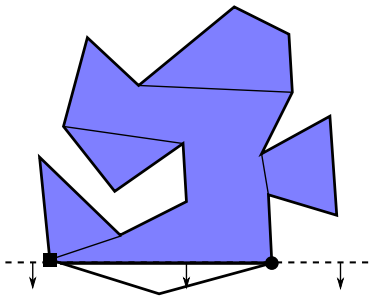
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

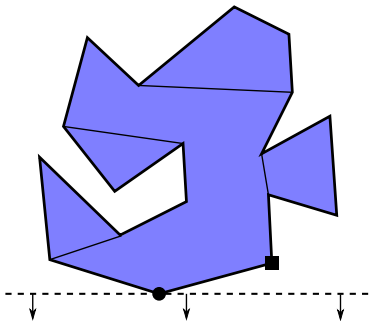
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

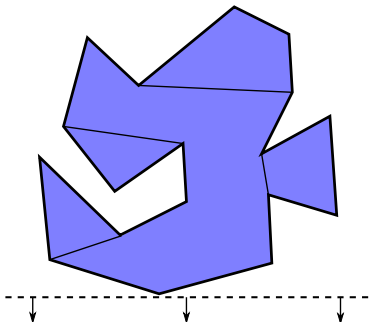
- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



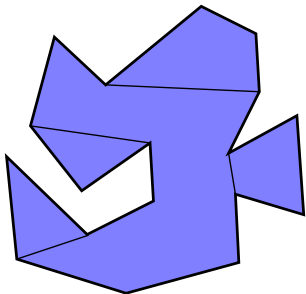
Jako monotonisiin osiin (4/5)

Kun kohdataan uusi kulmapiste, tarvittaessa:

- lisätään uusi osa
- päivitetään tieto osan alimmasta pisteestä
- yhdistetään kaksi osaa
- lisätään lävistäjä, jos osan edellinen alin piste oli liitospiste
- lisätään lävistäjä osan edelliseen alimpaan pisteeseen, jos kohdattiin jakopiste
- jaetaan osa kahtia
- poistetaan osa



Jako monotonisiin osiin (5/5)

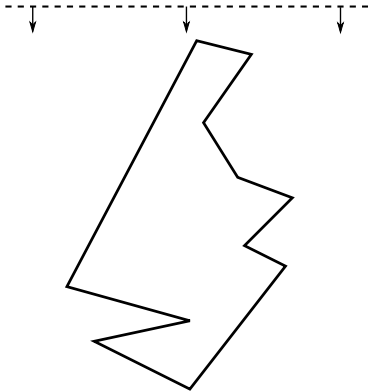


- Pyyhkäisyviiva kohtaa n kulmapistettä.
- Kussakin pisteessä suoritetaan vakiomäärä operaatioita hakupuulla, joten aikaa kuluu $O(\log n)$.
- Kokonaisaikaavaativuus on siis $O(n \log n)$.

Rakenne

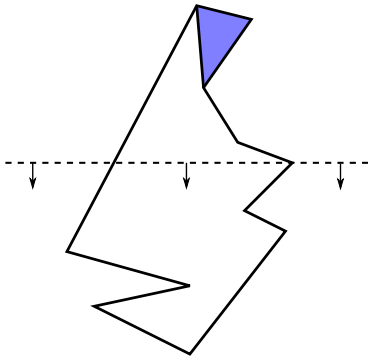
- 1 Alustus
- 2 Yksinkertainen kolmiointi
- 3 Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin
- 4 Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi
- 5 Muista algoritmeista

Periaate



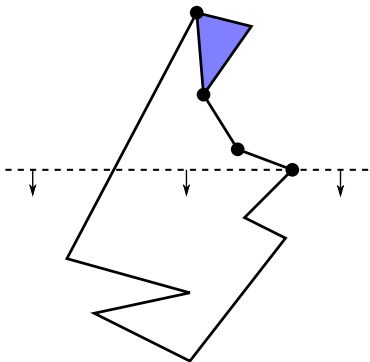
- Pyyhkäisyviiva käy pisteet järjestyksessä ylhäältä alas.

Periaate



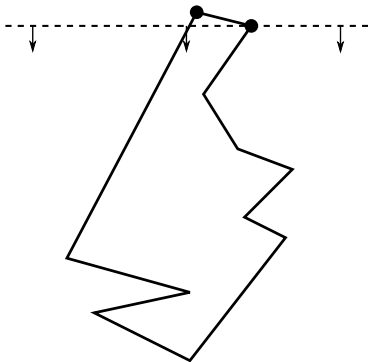
- Pyyhkäisyviiva käy pisteet järjestyksessä ylhäältä alas.
- Leikataan kolmioita pois matkan varrella aina kun voidaan.

Periaate



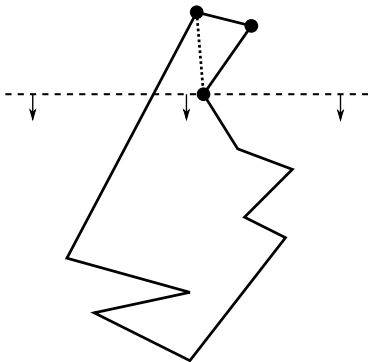
- Pyyhkäisyviiva käy pisteet järjestyksessä ylhäältä alas.
- Leikataan kolmioita pois matkan varrella aina kun voidaan.
- Pidetään pinossa pyyhkäisyviivan yläpuolisista pois leikkaamattomia pisteitä.
- Kaikki pinon pisteet ovat toisella (koveralla) laidalla.

Toiminta



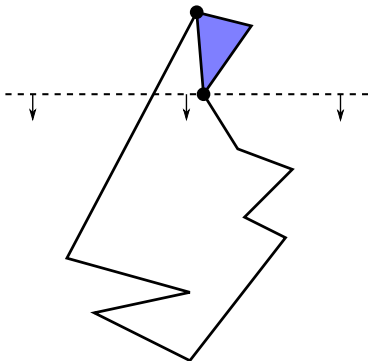
- Alustetaan pino kahdella ylimmällä pisteellä.

Toiminta



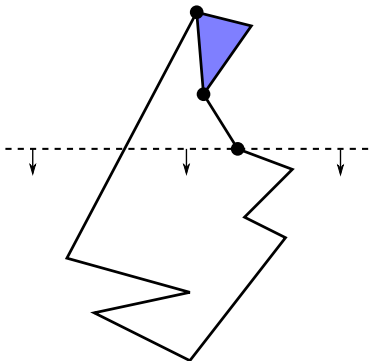
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...

Toiminta



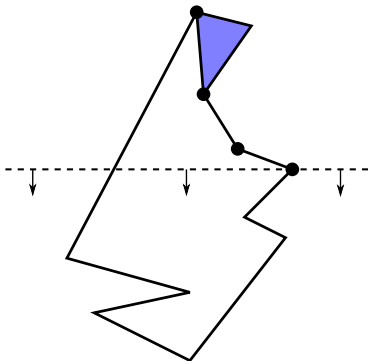
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



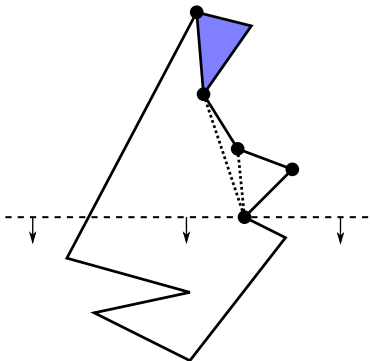
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



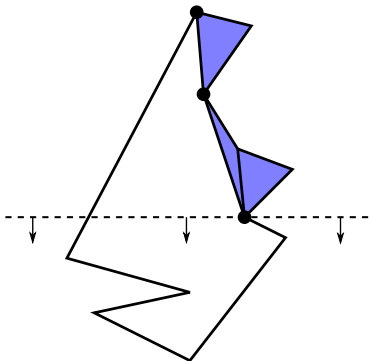
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



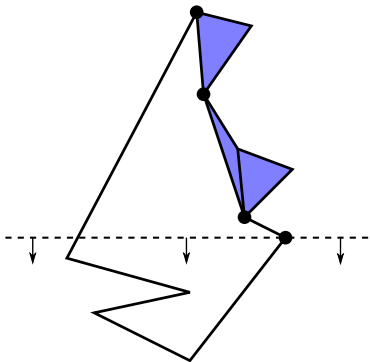
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



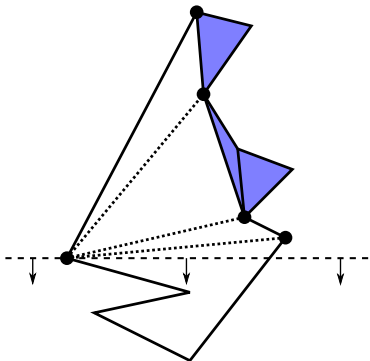
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



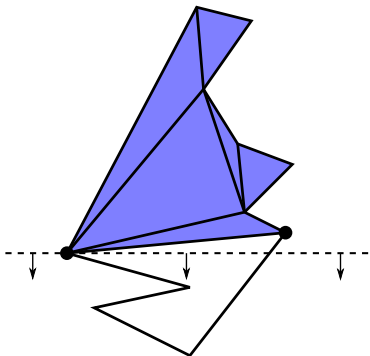
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



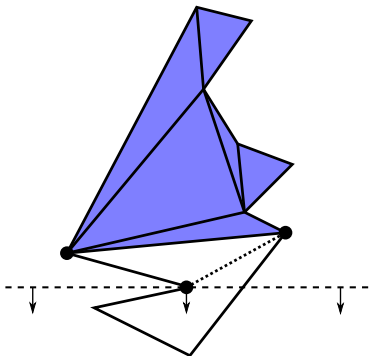
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.

Toiminta



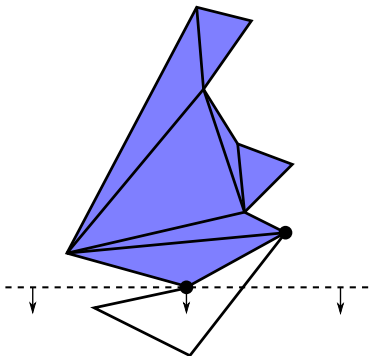
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.

Toiminta



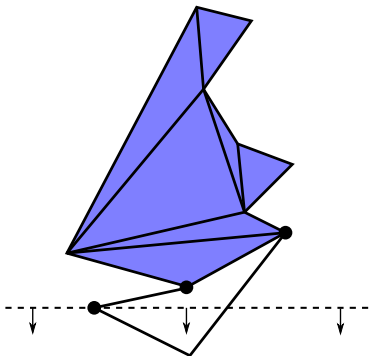
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.

Toiminta



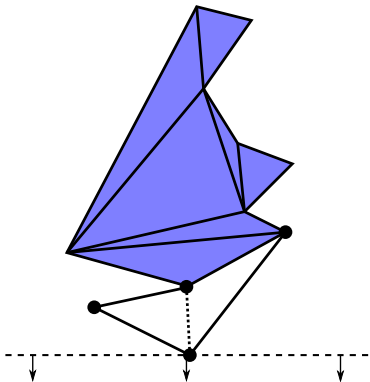
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.

Toiminta



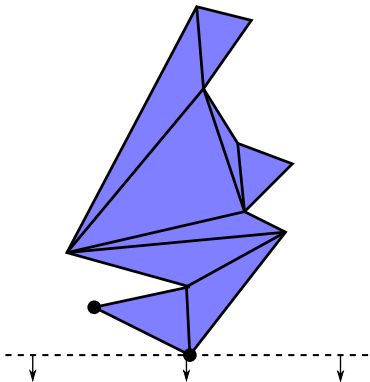
- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.

Toiminta



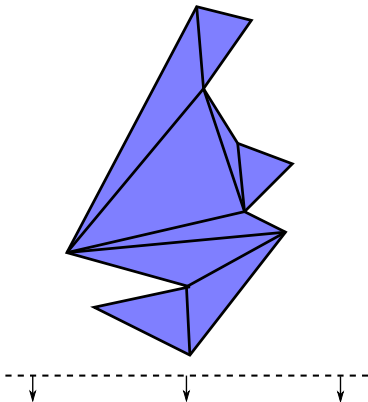
- Alustetaan pino kahdella ylimmällä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.

Toiminta



- Alustetaan pino kahdella ylimmällä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.

Toiminta



- Alustetaan pino kahdella ylimmäisellä pisteellä.
- Jokaisen kulmapisteen kohdalla vedetään siitä mahdolliset lävistäjät ylempiin pisteisiin ...
- ... sekä poistetaan syntyneet kolmiot ja päivitetään pinoa.
- Jos piste on toisella laidalla kuin aiemmat, vaihtaa pino puolta.
- Aikavaativuus: $O(n)$

Rakenne

- 1 Alustus
- 2 Yksinkertainen kolmiointi
- 3 Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin
- 4 Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi
- 5 Muista algoritmeista

Esimerkkejä nopeammista algoritmeista

- 1978 Garey ja kumppanit: $O(n \log n)$
- 1988 Tarjan ja Van Wyk: $O(n \log \log n)$
- 1989 Clarkson, Tarjan ja Van Wyk: $O(n \log^* n)$
(satunnaisalgoritmi)
- 1991 Chazelle: $O(n)$

Alustus

Yksinkertainen kolmiointi

Nopeahko kolmiointi: jako monotonisiin osiin

Nopeahko kolmiointi: monotonisen osan kolmiointi

Muista algoritmeista